



# Análisis Histórico Crítico de la Proporción en Occidente desde el Período Griego hasta el Renacimiento

## Critical Historical Analysis of the Proportion in the West from the Greek Period to the Renaissance

Ximena Idrobo Cárdenas<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup> Escuela de Diseño Gráfico, Escuela Superior Politécnica de Chimborazo, Riobamba, Ecuador

<sup>2</sup> Universidad de Oriente, Santiago de Cuba, Cuba

[jidrobo@epoch.edu.ec](mailto:jidrobo@epoch.edu.ec)

*Resumen: El estudio de la proporción ha sido relevante en el diseño desde el periodo griego hasta el Renacimiento. Existen infinidad de tratados que abordan el tema, pero no de manera explícita. De la inexistencia de un cuerpo teórico específico de la proporción en los periodos de estudio, se establece como objetivo determinar los elementos constitutivos de la proporción desde el análisis histórico-crítico, a través del análisis de las definiciones desde el periodo griego hasta el Renacimiento, el procedimiento de diseño y la determinación o no de los componentes de un sistema proporcional. Metodológicamente se procedió a utilizar los métodos histórico-crítico para desentrañar los elementos que caracterizan las proporciones o sistemas, el método analógico proporcional para establecer los elementos comunes en las definiciones que emergen en los periodos de estudio, el método sistémico-estructural para la determinación de las directrices aplicativas y los componentes de un sistema proporcional. El análisis histórico crítico de la proporción desde el periodo griego hasta el Renacimiento permitió establecer los elementos constitutivos de la proporción que por su complejidad trasciende el nivel de categoría compositiva y se convierte en sistema proporcional, así como también demostrar la relevancia del manejo de la proporción en el diseño y su vinculación con el pensamiento y las consideraciones estéticas.*

*Palabras Clave- Definición de Proporción, Elementos de un Sistema Proporcional, Periodo Griego, Renacimiento.*

*Abstract— The study of the proportion has been relevant in the design from the Greek period to the Renaissance. There are countless treaties that address the issue but not explicitly. From the absence of a specific theoretical body of the proportion in the periods of study, it is established as objective to determine the constituent elements of the proportion from the historical-critical analysis, through the analysis of the definitions from the Greek period to the Renaissance, the design procedure and the determination or not of the components of a proportional system. Methodologically, the historical-critical methods were used to unravel the elements that characterize the proportions or systems, the proportional analog method to establish the common elements in the definitions that emerge during the study periods, the systemic-structural method for determining the application guidelines and the components of a proportional system. The critical historical analysis of the proportion from*

the Greek period to the Renaissance allowed us to establish the constituent elements of the proportion that, due to its complexity, transcends the level of compositional category and becomes a proportional system, as well as demonstrating the relevance of the management of the proportion in the design and its link with thought and aesthetic considerations.

*Keywords— Definition of Proportion, Elements of a Proportional System, Greek period, Renaissance.*

### I. INTRODUCCIÓN

Bajo una perspectiva histórica, las civilizaciones transformaron su entorno para organizar el territorio y los espacios construidos con el manejo de una proporción. En occidente el encuentro con lo estético obligó al desarrollo de la proporción, presente en la naturaleza y en el ámbito arquitectónico, en la primera es una estrategia de organización que garantiza la perpetuidad de la vida; en la segunda, su función es organizar los espacios construidos donde prevalece esa búsqueda incansable de los ideales de la relación dicotómica entre forma y función, sostenidos durante siglos en occidente, relación nutrida por los preceptos doctrinales del positivismo.

La proporción –de manera preliminar– dentro del ámbito del diseño es entendida como “la conveniente correspondencia de las partes con el todo” [1], es una categoría manejada por muchas civilizaciones a lo largo de la historia y ha dado lugar al desarrollo de distintos sistemas proporcionales – teorizados parcialmente en unos casos, y en otros hay ausencia de una teoría que los revele –, es en época reciente que ciertos sistemas han sido teorizados y sistematizados, de manera especial en Europa y Estados Unidos. En Europa el florecimiento de los textos históricos dedicados parcial o completamente a la proporción se

produce desde el siglo XV, a partir del aporte de los matemáticos y pensadores griegos<sup>1</sup>.

Por lo que el análisis histórico de la proporción seguirá una trayectoria cronológica, que inicia en el período griego dentro de dos aspectos imbricados: el pensamiento y la matemática, para seguir en época romana con el tratado de Vitruvio. En el periodo medieval, escaso en documentos teóricos, se tendrá una aproximación por los teóricos renacentistas y posteriores, que intentaron revelar hipotéticamente la concepción de la proporción y su aplicación.

En el renacimiento hay una revalorización de la obra vitruviana, a partir de la cual se elaboran principios que fundamentan la arquitectura uno de estos es la proporción, a la par de los postulados arquitectónicos de Vitruvio se recapitula el pensamiento de Platón, la teoría matemática de Pitágoras y Euclides. Pero éstas son reinterpretadas y ajustadas al marcado antropocentrismo propio de la época [2]. Surgen muchos tratados, los más relevantes son: las traducciones comentadas<sup>2</sup> de *De Architecture* del arquitecto romano Vitruvio, en 1450 y publicado en 1486 *De Re Aedificatoria* de León Battista Alberti (1404-1472), *I Quatro Libri dell'Architettura* publicado en 1470 de Andrea Palladio (1508-1580), se publica en 1537 uno de los libros del *Treatise on Architecture* de Sebastiano Serlio (1475-1554); ninguno de éstos son tratados teóricos de la proporción, sin embargo la definición en ciertos casos está presente y se desprenden elementos de análisis que aportan a la categorización de un sistema proporcional.

En otras culturas, no solo la occidental, hay evidencias de la aplicación de la proporción en la producción arquitectónica pero que escasamente han sido documentadas. Sin embargo, es indiscutible que en todas las civilizaciones se planteó la necesidad de elaborar un sistema, que apoyado en el orden y la razón enfrente el problema del diseño y la construcción, es así

<sup>1</sup> Esta abundante literatura sobre la proporción es corroborada por ciertos teóricos que han investigado de manera extensa y profunda una teoría de la proporción desde los inicios en occidente hasta la primera mitad del siglo XX, como Rudolf Wittkower [25] que identifica más de 900 estudios teóricos realizados desde el siglo XIX y P.H. Scholfield señala más de 200.

<sup>2</sup> Traducciones seguidas en italiano (Como, 1521), francés (Jean Martin, 1547, [33] inglés, alemán (Walter H. Ryff, 1543) y español y varios otros idiomas. Las ilustraciones originales se habían perdido y la primera edición ilustrada era publicado en Venecia en 1511 con ilustraciones de xilografía, basadas en descripciones en el texto, probablemente por Fra Giovanni Giocondo (Gros & Lemerle, 2013). Más tarde, en el siglo XVI, Andrea Palladio proporcionó ilustraciones para el comentario de Daniele Barbaro sobre Vitruvio, publicado en versiones italianas y latinas. la ilustración más famosa es probablemente el Hombre de Vitruvio de Da Vinci.

como bajo el amparo de la matemática y la geometría se elaboraron proporciones ajustadas al pensamiento y cánones estéticos particulares a cada cultura y en correspondencia con el momento histórico. Al enfrentar el estudio histórico crítico de la definición de proporción, mayoritariamente se hará referencia –cómo se estableció en los párrafos precedentes– a las definiciones elaboradas desde occidente, por el impacto que éstas han ejercido en la teoría del diseño.

De la inexistencia de un cuerpo teórico específico de la proporción en los periodos de estudio, se establece como objetivo determinar los elementos constitutivos de la proporción desde el análisis histórico-crítico, a través del análisis de las definiciones desde el periodo griego hasta el Renacimiento, el procedimiento de la aplicación en los objetos diseñados y la determinación o no de los componentes de un sistema proporcional.

## II. MATERIALES Y MÉTODOS

Metodológicamente se procedió a utilizar los métodos histórico-crítico para desentrañar los elementos que caracterizan las proporciones o sistemas, el método analógico proporcional para establecer los elementos comunes en las definiciones que emergen en los periodos de estudio, el método sistémico-estructural para la determinación las directrices aplicativas y los componentes de un sistema proporcional. Los instrumentos utilizados fueron: el análisis de documentos bibliográficos, gráficos, apuntes, planos e investigaciones asociadas al tema. El análisis es cronológico desde el periodo griego hasta el Renacimiento.

En la civilización griega –heredera del conocimiento matemático egipcio– se elaboró un cuerpo teórico de la proporción, pero con restricciones, pues no se había desarrollado el álgebra y el conocimiento aritmético era reducido, la práctica constructiva se resolvía con la regla y el compás. Para los griegos el “...concepto de orden arquitectónico, es decir la proporción es la relación entre las partes para conseguir la armonía entre elementos, materiales y con el hombre...el hombre se convirtió en el centro con una visión antropocéntrica de la realidad...las edificaciones monumentales fueron signo de esa visión antropocéntrica (...)” [3, pp. 150, 158]

Cuatro son los pensadores griegos, que de manera relevante han tenido profundo impacto en la interpretación de la proporción: Pitágoras (569 a.C. – 475 a.C.), Platón (427 a. C. – 347 a.C.) Euclides (325 a.C. – 265 a.C.) y Aristóteles (384 a.C. – 322 a.C.) . Así, con relación a Pitágoras, hipotéticamente fundador de la Escuela Pitagórica, al hablar del orden del mundo puntualiza que la “esencia de las cosas” y el “orden



mismo del mundo” no es otro que el orden de “los números” [4]. Es así como un aporte pitagórico fundamental para el renacimiento fue la descripción matemática de los acordes sonoros de la 8ª, 5ª y 4ª<sup>3</sup>, dando lugar a las proporciones denominadas armónicas<sup>4</sup> trasladada a la arquitectura y también al orden del cosmos “e incluso al del alma humana” [4, p. 43]<sup>5</sup>. Esta teoría de la proporción armónica definirá el desarrollo de sistemas proporcionales arquitectónicos durante el renacimiento.

En el siglo V e inicios del IV a.C., Platón dentro de su eclecticismo filosófico, con una mayor influencia pitagórica, en el diálogo de Timeo expone los aspectos filosóficos del “origen de la especie humana y de la naturaleza” [5, p. 131]. Manifiesta “Pero es imposible combinar bien dos cosas sin una tercera, porque es preciso que entre ellas haya un lazo que las una. No hay mejor lazo que aquel que forma de él mismo y de las cosas que une un solo y mismo todo. Ahora bien; tal es la naturaleza de la proporción que ella realiza perfectamente esto” [5, p. 167].

En el diálogo de Timeo expresa su admiración por el número, la medida y la proporción con absoluta claridad, además ve en ellos la condición de la belleza [6, p. 36 capítulo 2]. Esta concepción teológico-filosófica con argumento geométrico, identifica a la proporción como la exacta relación entre tres elementos para el caso de las superficies (se infiere a la expresión proporcional a: b: c) y cuatro elementos en el caso de los sólidos (se infiere a la expresión proporcional a: b: c: d)<sup>6</sup>, con la unidad mayor o el todo.

Para Aristóteles discípulo de Platón (384 a.C. – 322 a. C), lo bello es una unidad conformada por *Taxis* que

es la distribución en el espacio de las partes componentes de un objeto bello, *Symmetría* es la correcta proporción de las partes y *To horismenón*, es la extensión o tamaño de lo bello [7]. La simetría está subordinada a la proporción y relaciones proporcionales entre las partes de una unidad.

Hacia el siglo III a.C. Euclides en la obra *Elementos* formada por trece libros, cada uno con definiciones y proposiciones, los libros V, VI y VII son relevantes para este estudio.

En el libro V de Euclides, la definición 6 determina: “Se llaman proporcionales las magnitudes que guardan la misma razón” –hace una extensa presentación sobre la sección áurea y el número 1,618–, introduce el concepto de proporcionalidad, se traduce como  $a : b :: c : d$ , o sea a es a b como c es a d, tanto en las definiciones como en las proposiciones no llega a especificar que es la proporción pero establece las distintas relaciones proporcionales geométricas<sup>7</sup> entre las magnitudes y establece los componentes de las razones y sus distintos tipos. [8, pp. 9-15] [9, pp. Libros V-VI] [10]. Esta teoría que según algunos autores tiene influencia pitagórica, es uno de los argumentos que favorece el desarrollo de la proporción en el medioevo y en el renacimiento.

En época romana, Vitruvio arquitecto romano (80-70 a.C. – 15 a.C.) produce el tratado *De Architectura*, inspirado en los teóricos helenísticos griegos, es un compendio importante de su época en lo que se refiere al arte de diseñar y construir, orientado hacia la práctica del quehacer arquitectónico, en el “Compendio De los diez Libros de Arquitectura de Vitruvio” de Claudio Perroult se establece que la arquitectura tiene ocho partes: “Solidéz, Comodidad, Belleza, Ordenación, Disposición, Proporción, Decoro y Economía”, llega a definir la proporción como:

“la articulación armoniosa de cada parte de los miembros dentro de todo el conjunto; de ella se deriva la razón de las simetrías (...) La Proporción, que también se llama *Eurhythmia*, es la que forma el conjunto de todas las partes de la Obra y les dá un hermoso aspecto quando la altura corresponde á su ancho y éste á su largo, teniendo la toda su justa medida. Dífinesse diciendo que Proporción “es el respecto de toda la Obra con sus partes, tienen separadamente con la idea del todo, según la medida de alguna de ellas” [11, pp. 23-24]. En la última parte se advierte la presencia de una referencia, por lo que se infiere la existencia del módulo.

<sup>3</sup> Ver en Burkert, W. (1972). *Lore and Science in Ancient Pythagoreanism*, (translated by Edwin L. Minar Jr.) Cambridge, Massachusetts: Harvard University Press.

<sup>4</sup> La proporción armónica R. Wittkower la define como: “Tres términos están en proporción armónica cuando la distancia entre cada extremo y la media, dividida por el extremo respectivo, es equivalente. Tomemos la proporción 6:8:12; la media 8 excede a 6, y es superada por 12 en un tercio de 12.” Ver Wittkower, R. (1995) *Los fundamentos de la arquitectura en la edad del humanismo*. Madrid: Alianza Madrid, página 211. Según el Diccionario de la Real Academia Española la proporción armónica es: “Serie de tres números, en la que el máximo tiene respecto del mínimo la misma razón que la diferencia entre el máximo el medio tiene respecto de la diferencia entre el medio y el mínimo; p. ej., 6, 4, 3.”

<sup>5</sup> Para una descripción más detallada sobre la consonancia y las proporciones ver García, A. (2006), *El Concepto de Consonancia en la Teoría Musical De la Escuela Pitagórica a la Revolución Científica*. (en 2.2. La primitiva Escuela Pitagórica) España: Publicaciones Universidad Salamanca, pp. 42-51.

<sup>6</sup> Ver Platón. (1872) *Obras completas*. Madrid: edición de Patricio Azcárate, tomo VI, p. 167-168.

<sup>7</sup> R. Wittkower define a la proporción geométrica como aquella en que “el primer término es al segundo lo que el segundo al tercero, por ejemplo 1:2:4”, *op. cit.*, p. 211.

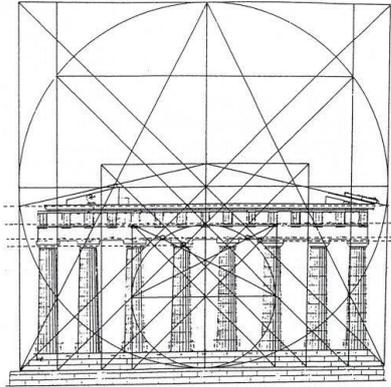


Fig. 1. El Partenón, edificación griega, inferencia de guías reticulares de J. Hambidge [18, p. 158].

En la traducción comentada de Ortiz Sanz sobre la misma obra, en el Libro III, en el capítulo I “*De la composición y simetría de los Templos*”, la composición –de los templos– depende de la simetría y esta nace de la proporción, en griego llamada analogía, define a la proporción como: “*la conmensuración de las partes y miembros de un edificio con todo el edificio mismo, de la cual procede la razón de simetría*” [12, p. 58]. Es decir, la proporción establece la relación de la igualdad de las partes a través de determinada relación proporcional para lo cual se necesita de una razón. [12, pp. 143-160]. En las dos traducciones citadas, el término proporción alude a la relación de las partes entre sí y con el todo. Vitruvio y su tratado tendrán influencia durante el periodo medieval y en el renacimiento.

En el periodo romano, a más de utilizar proporciones armónicas, utilizaron proporciones fundadas en números irracionales como  $\sqrt{2}$ . Se encuentran principalmente tres tipos de formas geométricas con proporciones: 1:1 (cuadrado), 1:  $\sqrt{2}$  (rectángulo  $\sqrt{2}$ ) y 1: 1 + 2 (rectángulo romano), si son removidas o añadidas entre si se tiene formas recurrentes que corresponden a la serie Pell.<sup>8</sup> [13, p. 553]

El tipo de conocimiento del sistema de proporción romano es una construcción geométrica [13, p. 554], denominada “*sacred cut*” (corte sagrado) por el arquitecto Tons Brunés [14]. El uso recurrente del octógono fue trasladado a época medieval y renacimiento [1], evidente sobre todo en las edificaciones de la península ibérica, que sufrieron un proceso de hibridación con la herencia mozárabe.

<sup>8</sup> Ver las propiedades de los números Pell en Kappraff, J. (2015) *Musical Proportions at the Basis of Systems of Architectural Proportion both Anciente and Modern (Architecture and Mathematics from Antiquity to the Future: Volumen I)*, pp. 552-554.

Siguiendo en el periodo romano, Sebastiano Serlio (1475 – 1540) en el Tercero y Cuarto Libro de Arquitectura, pone énfasis en las medidas y proporciones de las construcciones que él llama antiguas –refiriéndose a la arquitectura Romana– e identifica como unidad de medida de construcción, “*el palmo antiguo (romano)*” [15, p. 19] [16]. Serlio al describir el procedimiento del dibujo dice que primero se debe dibujar una armadura guía del cuerpo geométrico del edificio –es decir una retícula–, todas las líneas que no se pueden ver están ocultas (ocultas) [17]

Jay Hambidge (1867-1924), artista que estudió la aritmética en los objetos cerámicos griegos, papiros egipcios y algunas construcciones clásicas, fundamentó la presencia de la proporción y la simetría, que luego del estudio prolijo de estos objetos creó la teoría de los rectángulos dinámicos como generadores de la forma a través del método de modulación armónica concibiendo redes dinámicas. Un ejemplo de dichos estudios se puede observar en la Figura 1. A “*diferencia de la teoría modular estática atribuida a Vitruvio*” [18, p. 158], define a la proporción como: “*Proportion is the commensuration of the various constituent parts with the whole, in the existence of which symmetry is found to consist.*” [19, p. 9].

En el periodo medieval es escasa la documentación sobre la proporción, sin embargo en estudios posteriores desarrollados ya en el renacimiento como los diferentes tratados de Matthäus Roritzer (1435-1495)<sup>9</sup> entre otros, se establece que hicieron uso del cuerpo teórico de la geometría griega y de la concepción vitruviana de la proporción de la época romana, al parecer la proporción entendida como la relación de las partes, se aplicó en la arquitectura religiosa, estableciéndose relaciones proporcionales geométricas. Los arquitectos recibían formación –entre otras cosas– en teoría de las proporciones [20, p. 2]

Dentro del Medioevo, en el periodo Gótico, para el diseño de las catedrales, se usaron dos sistemas proporcionales geométricos: *Ad quadratum* y *Ad triangulum* [21, pp. 116-120]. El primero consiste en la obtención del cuadrado para obtener el octagrama con dos cuadrados superpuestos y uno girado a 45°, la altura del edificio es igual a su anchura en proporción 1:1. El otro sistema fue el *Ad triangulum* que consiste en la triangulación, con el empleo mayoritario de los triángulos equilátero, el rectángulo y el pitagórico. En el triángulo equilátero la relación proporcional entre uno de sus lados y la altura es de  $\sqrt{3}$ , es un número irracional difícil de manipular para la obtención de

<sup>9</sup> Tomado de Soler, F. (2014) *Trazados reguladores de la Arquitectura*. California, EEUU: Creative Commons, cita 7, p. xiii



Francesco di Giorgio (1439-1501), en su *Trattato di Architettura* [23] sigue ciertos preceptos de Vitruvio, así retoma los conceptos básicos de *ordenatio* (orden), *dispositio* (arreglo), euritmia (proporción), decoración (decoro) y simetría (simetría) [24, p. 4] como conceptos básicos para el desarrollo de la arquitectura; aboga por un enfoque geométrico y modular de la arquitectura y cree que las proporciones deben referirse a las del cuerpo humano.

La idea de proporción para Leon Battista Alberti (1404 - 1472) está asociada a la belleza, definida como “la armonía y concordancia de todas las partes, lograda de tal manera que no pueda añadirse, quitarse o alterarse nada sin que el resultado empeore” [25, p. 55] (*concinnitas universarum partium*) y que debe ser inherente al edificio, diferenciado del ornamento que es el añadido sujeto al gusto personal. La armonía que es la esencia de la belleza es la relación de las partes con el todo, es decir la proporción. “Su característica principal es la idea clásica del mantenimiento de un sistema uniforme de proporciones en todas las partes de un edificio. Y la clave de las proporciones correctas es el sistema pitagórico de armonía musical.” [25, p. 56].

En el renacimiento, el arquitecto italiano Leonardo Da Vinci (1452-1519) estableció principios arquitectónicos que se extendieron en aquel periodo. La proporción identificada en sus apuntes compilados en algunos códices ha sido ampliamente estudiada. En la investigación de F. Di Teodoro [26, p. 2], se hace interpretaciones geométricas, afirmando que no alteró el plano original, de algunos ejemplos que el autor denomina significativos, es el caso de la Iglesia Centralizada (ver Figura 4). Este ejemplo muestra la característica de flexibilidad de la retícula, evidente en la retícula gestada desde el rectángulo áureo, a partir del que se forma una estrella de ocho puntas, desde la cual se proyectan las líneas reticulares en sentido cartesiano (ejes X y Y), así como también líneas reticulares a 45°. El resultado son una serie de rectángulos y cuadrados homotéticos, generando una retícula flexible que permite orientar el diseño en sentido ortogonal, radial y concéntrico.

En otros planos y anotaciones, se observa que la retícula no es constante, varía según la ideación del proyecto; cuando hace uso del cuadrado, este parte de una segmentación básica en nueve partes, que más adelante se observará también en la obra de Andrea Palladio. Para entender las fachadas de manera hipotética, obedecen a relaciones proporcionales similares a las trabajadas en planta, aunque Da Vinci no hizo suficientes anotaciones al respecto. Por todo lo antes mencionado se establece que el manejo de la proporción áurea está implícita, solo revelada una vez

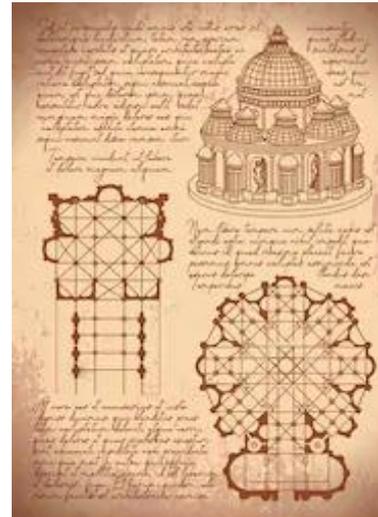


Fig. 4. En el códice Ashburnham folio 5V antes manuscrito B (2184) la Iglesia Centralizada e Ingeniería Marítima [26, p. 2].

que se desarrolla el gráfico reticular, siendo ésta geométrica antes que aritmética.

En el tratado de *Los Cuatro libros de la Arquitectura* de Andrea Palladio (1508 –1580) traducido por Ortiz y Saenz, quién traduce dos de los cuatro libros, las láminas adjuntas son material para realizar el análisis que preocupa a esta investigación. En el libro primero, se refiere a la proporción como la relación que tienen entre sí, el largo, ancho y altura de los edificios, vinculando la relación proporcional a cuestiones estéticas y funcionales; estas relaciones se derivan de los principios establecido por Vitruvio [27, p. 3].

En el prólogo de la obra se advierte que Palladio usó en la obra el pie vicentino (35,2893 cm). En el libro indicado, en el capítulo XXIII al referirse a la proporción que deben tener las habitaciones, indica: [...] “Redondas, aunque raras veces: *quadradas: quadrilongas por la diagonal de un quadrado de su anchura: de un quadrado y un tercio: de un quadrado y medio: de un quadrado y dos tercios; y de dos quadrados.*” [27, p. 31]. Para las alturas de las bóvedas obtiene relaciones proporcionales por procedimientos geométricos y aritméticos, siempre se consideran la relación proporcional en función de la longitud y la latitud de un rectángulo como base, como se aprecia en la lámina XXVI del libro I. [27, p. 32]. En las cornisas y arquitrabe establece las alturas en relación proporcional al arquitrabe, no queda muy clara la lógica de división, se evidencia una mezcla de serie de Fibonacci y triángulo pitagórico 3,4 y 5, como se ve en la lámina XXII del libro I. [27, pp. 35-37].

Después del análisis en varias de las láminas (lámina XXX en adelante) se observa una retícula conformada por módulos cuadrangulares, cuya dimensión corresponde a dos diámetros de las columnas, que en



ocasiones presenta fragmentación binaria para otorgar flexibilidad a los espacios requeridos según las necesidades. La forma general de la planta de las villas paladinas se ajusta a la disponibilidad del terreno como se evidencia en la lámina VII [27, p. 47].

Daniele Barbaro (1514-1570) amigo de Palladio y traductor de *De Architectura* (en diez libros) de Vitruvio, define a la proporción “como la relación de dos razones” y la *proportionalità* como la relación de dos magnitudes [25, p. 180] [28] [29]. Reemplazó las medidas antropomórficas de Vitruvio con el Sistema Proporcional basado en la teoría musical, que más tarde será adoptado por Palladio [30, p. 450] evidente en el *Quattro Libri*.

En el Libro Segundo de Silvio Belli, matemático Veneciano muy cercano a Palladio se refiere a la proporción “*fi dice la quantità d'un quanto in corporatione d'un altro quanto de la fue specie*” [31, p. 86].

### III. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

En el período griego, Pitágoras, Platón y Aristóteles, establecen para la proporción nociones generales, que trascienden el ámbito de la matemática y van más allá de las consideraciones estéticas. Ésta es concebida como una categoría compositiva de orden, que permite la comprensión del entorno y del universo y, explícitamente tiene vínculos teológicos. Este lineamiento pitagórico-platónico y de alguna manera aristotélico, se desarrollará profusamente durante el renacimiento. Además, los dos primeros autores determinan las relaciones proporcionales ideales que deben existir entre los elementos y manifestadas a través de la razón, término ampliamente desarrollado por Euclides.

Asimismo, *De los Elementos* de Euclides se infiere que la proporción es la igualdad entre dos razones, una noción matemática y no metafísica en relación a sus antecesores Pitágoras y Platón, Euclides ahonda en las relaciones proporcionales, estableciendo los elementos y las propiedades de la razón, identificada ésta en la definición 3, como ya se mencionó, en el siglo XX R. Wittkower [25, p. 211] diferencia entre proporción y relación proporcional, la primera definida como la igualdad de relaciones proporcionales entre dos pares de cantidades (aquí es importante la razón) y, la segunda como una relación entre dos cantidades. Esta diferenciación es importante aclararla para entender mejor el concepto de proporción. Estos autores más otros teóricos griegos influirán en Vitruvio.

En el periodo Romano, Vitruvio a lo largo de su tratado, da indicaciones sobre la aplicación de la proporción en diferentes tipos de objetos

arquitectónicos basados en los órdenes griegos, como las relaciones proporcionales que deben tener en planta y elevación de las habitaciones, así como también entre los elementos de las columnas, basados en el módulo del pie romano antiguo<sup>13</sup>; sin embargo este extenso tratado es carente de una teoría de un sistema proporcional, en gran medida porque el objetivo fue el direccionamiento práctico. [32]. Introduce un sistema de medidas basado en mediciones antropomorfas, mencionadas en los libros I,2,4; II,1,7; III,1,7; VI,8,9, como el dígito, palma, palmo y codo, que se denominaron «digitus», «palmus», «pes» y «cubitus».

En la edad media la serie de números inconmensurables más conocidas son derivaciones de la diagonal del cuadrado  $\sqrt{2}=1,4142$ , denominado construcción “*ad quadratum*”, de donde Hambidge [19, p. 23] establece la secuencia de rectángulos dinámicos<sup>14</sup> basados en las razones  $\sqrt{3} = 1,732$ ,  $\sqrt{5}= 2,236$ , en la razón áurea  $\phi= 1,618$ ,  $\sqrt{1,618}= 1,272$ ,  $\phi^2 = 2.618$ , igualmente señala que se utilizaron sistemas proporcionales derivados de los triángulos equiláteros o isósceles, sistema denominado “*ad triangulum*”

A finales de la Edad Media el método para establecer las relaciones proporcionales era el “*ad quadratum*” que consiste en el trazo de las diagonales del cuadrado y las diagonales de los rectángulos medios para obtener puntos de intersección y ubicar distintos elementos por ejemplo vanos de puertas, ventanas, etc.

En el Renacimiento, de Filarete se desprende la existencia de un sistema proporcional, basado en el método el *ad quadratum* y *ad triangulum*, este procedimiento requiere –como lo describe Serlio– de líneas guías ocultas llamadas retícula. Esto se desprende del dibujo de la catedral de Sforzinda, la planta cuadrada de 150 *braccia* se divide en 15 cuadrados y cada cuadrado tiene 10 *braccias*, formando una retícula invisible sobre la cual se colocan las paredes y las columnas, este proceso de diseño proporcionado (grilla) a través del *Trattato* se transfiere en la implantación para la ejecución de la obra, retícula que además sirve para escalar el diseño, entra un nuevo elemento en el sistema: la escala.

Por otro lado, Francesco di Giorgio a diferencia de Vitruvio, no prioriza el uso de las proporciones exactas y cánones rígidos, estarán a conveniencia del arquitecto y de la necesidad, siempre y cuando el arquitecto se adhiera a un procedimiento geométrico. Sigue

<sup>13</sup> El valor del pie romano antiguo tiene ligeras desviaciones entre un autor y otro, parece que la más próxima es 0,296 m. (Durán, 2004)

<sup>14</sup> Según Hambidge un rectángulo dinámico es aquel en el que la relación del lado mayor al lado menor es un número irracional, en oposición a los rectángulos estáticos que dan razones enteras por ejemplo en  $\sqrt{4}= 2$ .

principios similares a los de Filarete en la aplicación de la proporción, hace uso para el diseño de los templos, el trazado basado en el procedimiento de *ad quadratum* [23, pp. 180-228].<sup>15</sup>

Mientras que, las relaciones proporcionales recomendadas y utilizadas por Alberti son: 1:1, 1:2, 2:3, 3:4, encontradas por él en edificios clásicos como el Partenón, que a su vez corresponden a la escala musical griega. según Alberti en el libro noveno las proporciones 1:2, 2:3, 3:4 se ajustan a la ley de la armonía [25, p. 21].

Siguiendo en el Renacimiento, se evidencia que Leonardo Da Vinci [26, p. 2] hizo uso de algunos elementos dentro de un sistema proporcional, la existencia de una retícula que en la mayoría de los casos es generada desde el rectángulo áureo o un cuadrado circunscrito en el círculo, formas iniciales que a partir de uno u otro, forma paralelogramos mayores con segmentos proporcionales a las formas básicas.

Según Wittkower, Palladio utilizó la proporción basada en la escala musical griega 1:2:3:4, con consonancias obtenidas de la media aritmética y la media armónica<sup>16</sup>, usando como módulo el diámetro de la columna [25, p. 175], pero no la única, también según el mismo autor, utilizó la proporción 3:5, se denomina la quinta perfecta en la escala musical pitagórica, se evidencia en la predilección por las habitaciones de 18:30 y 12:20, así mismo hay edificios en los que utilizó las proporciones 4:5, 5:6, 3:5, 5:9, a más de aplicar otras proporciones que se derivan de los cambios proporcionales introducidos en el siglo XVI a partir de los estudios en la teoría musical de Ludovico Flogiano de Móneda (1490-1539)<sup>17</sup> que aparte de las

consonancias de Pitágoras existían más<sup>18</sup>, y la influencia fundamental de Gioseffo Zarlino (1514-1590) [33] que con el uso de la media aritmética y media armónica pitagórica dividió la octava en doce partes, revelando nuevas proporciones que fueron transferidas por Palladio a algunas de sus obras.

Todo lo expuesto sobre la proporción en el renacimiento, al significado metafísico debería añadirse, aunque no es el objetivo de esta investigación, las ideas cristianas sumado a las del simbolismo sobre los números y el pensamiento platónico del cosmos; éstas incidieron de manera relevante en la concepción y aplicación de los sistemas proporcionales por los distintos arquitectos de este periodo, la proporción tiene una manifestación matemática y metafísica, fue la explicación del cosmos y del entorno, de manera consciente o no tan conscientemente, se transfirió el pensamiento griego al Renacimiento.

En la Tablas I se sintetiza las definiciones de proporción manejadas desde la época griega hasta el renacimiento.

De todas estas definiciones y diversos procedimientos en su aplicación en los distintos periodos analizados, se establece que la proporción es la relación de las partes entre sí y de estas con una unidad mayor. Las relaciones se han establecido según concepciones filosóficas, y traducidas en el ámbito práctico en relaciones estéticas. Asimismo, en la aplicación e implementación, trasciende el ámbito de categoría compositiva, para convertirse en sistema proporcional, con distintos elementos que interactúan entre sí.

De las definiciones, descripción de los procedimientos proporcionales en los distintos periodos y análisis de los planos se desprenden los elementos constitutivos del sistema, que son: unidad de medida considerada en las secuencias distributivas del módulo; módulo es el factor espacial del que describe su secuencia de repetición y da lugar a la red; límite, a nivel externo, son las medidas envolventes del terreno edificable, a nivel interno son las medidas de las habitaciones; razón es la relación de dos magnitudes; red son las líneas guías que sirven de soporte al diseño; escala es la relación de medidas en relación con un referente; relación antropométrica para el establecimiento de unidades de medida y módulos; y, sistema constructivo no como componente del sistema pero que orienta el establecimiento de un sistema proporcional.

En la Tabla II se sintetiza los elementos encontrados, que ayudan en la construcción de un sistema proporcional.

<sup>15</sup> Ver más sobre la teoría de arquitectónica de Francesco di Giorgio en Betts, R. (1971) *The Architectural Theories of Francesco di Giorgio*. (Unpublished thesis (PhD)). EE.UU: Princeton University.

<sup>16</sup> Muchos escritos posteriores a la escuela pitagórica relatan el descubrimiento y la investigación de las proporciones musicales por parte de los pitagóricos o del mismo Pitágoras. Este descubrimiento surge de la constatación de que ciertos sonidos musicales, al producirse simultáneamente, son *biensonantes*. Los pares de sonidos que producían en el oyente la sensación de *biensonancia* fueron llamados *symphonia* [συμφωνία], lo que se corresponde con nuestra palabra de origen latino: *consonancia*. (...) El sistema musical griego se basaba en los intervalos de octava, quinta y cuarta. Sus organizaciones tonales dividían la octava mediante cuartas y quintas, considerándose la cuarta, por tanto, el intervalo fijo más pequeño del sistema. (...) Lo más normal es pensar que fueron las longitudes de cuerdas (o en todo caso de tubos sonoros) las que llevaron a la formulación de la proporción 2/1 para la octava, 3/2 para la quinta y 4/3 para la cuarta. (García, *op.cit.*, p. 44)

<sup>17</sup> Ver Williams & Ostwald. (2015) *Architecture and Mathematics from Antiquity to the Future: Volumen I*. Suwtserland: Birkhäuser, página 572.

<sup>18</sup> Ver Wittkower, R. *op.cit.*, página 175.

TABLA I

MATRIZ DE DEFINICIONES CRONOLÓGICAS DE PROPORCIÓN PERIODOS GRIEGO, ROMANO, MEDIEVAL Y RENACIMIENTO

Item	Autor	Periodo	Definición	Fuente
1	Pitágoras (569 a.C. – 475 a.C.)		“la relación que establece dos cantidades comparables entre sí”	[4]
2	Platón (427 a.C. – 347 a.C.)	Griego	Manifiesta que es imposible combinar bien dos cosas sin una tercera, hace falta una relación entre ellas que las ensamble, la mejor ligazón para esta relación es el todo. La suma de las partes es la más perfecta relación de proporción. Pero es imposible combinar bien dos cosas sin una tercera, porque es preciso que entre ellas haya un lazo que las una. No hay mejor lazo que aquel que forma de él mismo y de las cosas que une un solo y mismo todo. Ahora bien; tal es la naturaleza de la proporción que ella realiza perfectamente esto.	[3] [5]
3	Aristóteles (384 a.C. – 322 a.C.)		<i>Symmetria</i> es la correcta proporción de las partes.	[7]
4	Euclides (325 a.C. – 265 a.C.)		“la proporción consiste en la igualdad de las relaciones numéricas”	[25]
5	Vitruvio (80-70 a.C. – 15 a.C.)	Romano	De los Elementos de Euclides se infiere que la proporción es la igualdad entre dos razones.	[8]
6	Matthäus Roritzer (1435 – 1495)	Medioevo	“la articulación armoniosa de cada parte de los miembros dentro de todo el conjunto; de ella se deriva la razón de las simetrías (...). La proporción, que también se llama Eurithmia, es la que forma el conjunto de todas las partes de la Obra y les dá un hermoso aspecto cunado la altura corresponde a su ancho y este a su largo, teniendo el todo su justa medida. Defínese diciendo que Proporción es el respecto de toda la Obra con sus partes, tienen separadamente con la idea del todo, según la medida de alguna de ellas”	[11]
7	Panofsky, Erwin		“la commensuración de las partes y miembros de un edificio mismo, de la cual procede la razón de simetría”	[12]
8	Kappraff, Jay		Se establece que hicieron uso del cuerpo teórico de la geometría griega y de la concepción vitruviana de la proporción de la época romana, la proporción entendida como la relación de las partes se aplicó en la arquitectura religiosa, estableciéndose relaciones proporcionales geométricas	[1]
9	Antonio Arvelino llamado Filarete (1400-1469)		“una organización siguiendo un sistema de partes y de partes homólogas”	[38]
10	Francesco di Giorgio (1439-1501)		La proporción está vinculada al pensamiento humanista con doctrina cristiana, herencia matemática pitagórica y pensamiento platónico	[13]
11	Sebastiano Serlio (1475-1540)	Renacimiento	“Así como el tamaño de un hombre está en armonía con el tamaño de sus miembros, así los miembros de un edificio deben ser proporcionales al cuerpo del edificio (corpo dell’edificio)”. En proporción, tanto un edificio como un hombre están bien proporcionados cuando un miembro se corresponde bien con otro.	[17]
12	León Battista Alberti (1404-1472)		El término proporzioni (proporción) al referirse a la relación de las partes de los diferentes espacios dentro de la edificación, así como también entre los elementos constructivos como las columnas, para lo cual remite, por ejemplo, para el diseño de los templos, a un trazado basado en el procedimiento de ad quadratum.	[23]
13	Leonardo da Vinci (1452-1519)		Como la relación de las partes entre sí y de estas son una unidad mayor (...), todas las líneas que no se pueden ver están ocultas (ocultas). Tampoco hay ninguna diferencia entre un cuerpo transparente (corpus) y un cuerpo sólido ... [como en un cuerpo humano] la carne cubre el esqueleto, pero el esqueleto está ahí, oculto en su interior (...) [17]	[15] [15]
14	Andrea Palladio (1508-1580)		“la armonía y concordancia de todas las partes, lograda de tal manera que no pueda añadirse, quitarse o alternarse nada sin que el resultado empeore (concinrita universarum partium)”	[25]
15	Daniele Barbaro (1514-1570)		De la interpretación que hace F. Di Teodoro de los aportes de Leonardo Da Vinci se infiere que buscó la relación de las partes entre sí con el todo a través de un sistema reticular.	[26]
16	Silvio Belli (1520-1579)		La proporción como la relación que tienen entre sí el alrgo, ancho y altura de los edificios, vinculando la relación proporcional a cuestiones estéticas y funcionales, estas relaciones se derivan de los principios establecidos por Vitruvio.	[27]
17			“como la relación de dos magnitudes” y la proporcionalitá como la “comparación de una proporción con otra”	[25]
18			“Dice la cantidad de uno en la comparación de otro tanto como su especie”	[31]

TABLA II  
MATRIZ DE ELEMENTOS CONSTITUTIVOS DE SISTEMA PROPORCIONAL

Elementos Constitutivos	Griego	Romano	Medioevo	Renacimiento
Unidad	Sin identificar	Pie Romano	Pie Romano	Pie Vicentino (35,2893 cm)
Módulo	Variable	Pie Romano	Pie Romano	Teoría de la modulación, dos diámetros de las columnas
Límite	El todo	El todo	El todo	Perímetro del terreno a edificar
Razón	Diversas 1,618	Diversas: 1:1, 1:1 (cuadrado), 1: $\sqrt{2}$ (rectángulo $\sqrt{2}$ ) y 1:1+2 (rectángulo romano)	1,618	1:306, 1:4142, 1:50, 1:66, 1:60
Red	Con líneas ortogonales y diagonales	Con líneas ortogonales y diagonales	Con líneas ortogonales y diagonales con ángulos de 45°	Generada desde un módulo y, es flexible, permite diseño ortogonal, radial y concéntrico
Escala	Sobredimensionado	Sobredimensionado	En función del ancho en relación 1:1 y 1: $\sqrt{3}$	En función del largo y ancho del edificio, surge de lo funcional
Relación Antropométrica	Hombre	Sistemas de medidas antropomórficas	Cuerpo Humano	Cuerpo Humano
Sistema Constructivo	Adintelado	Adintelado	Muros auto soportantes y, columnas en el gótico	Muros auto soportantes y columnas
Vínculo	Armonía musical, orden cósmico, de la noción metafísica se pasa a la matemática	Construcción Geométrica	Sistemas proporcionales geométricos: Ad quadratum y Ad triangulum	Sistema Pitagórico de armonía musical, serie de Fibonacci y triángulo pitagórico 3, 4 y 5

#### IV. CONCLUSIONES.

El análisis histórico crítico de la proporción desde el periodo griego hasta el Renacimiento permitió, establecer los elementos constitutivos de la proporción, así como también demostrar la relevancia del manejo de la proporción en el diseño y su vinculación con el pensamiento y las consideraciones estéticas.

Esto se logró a través de identificar los elementos desde el análisis de las definiciones, explicitadas o inferidas en los periodos de estudio y, que con claridad fueron enunciadas en la Tabla I. Y, llegar a definir a la proporción como la relación de las partes entre sí y de estas con una unidad mayor. Las relaciones se han establecido según concepciones filosóficas, y que traducidas al ámbito práctico se convierten en relaciones estéticas.

Del mismo modo, la investigación sobre el procedimiento de diseño permitió la identificación de los elementos que concurren al momento de hacer uso de la proporción, determinándose que desborda la calidad de categoría compositiva y se convierte en sistema proporcional.

Para finalmente determinar como elementos del sistema proporcional en los periodos de estudio: la unidad de medida, módulo, límite, razón, red, escala, relación antropométrica. Estos a su vez, por su complejidad, se sugiere que sean agrupados en

categorías formando subsistemas, esto es tema de otro ensayo.

#### REFERENCIAS

- [1] F. Soler Sanz, Trazados Reguladores en la Arquitectura, F. S. Monreal, Ed., California: Creative Commons, 2014.
- [2] J. Calatrava, «Arquitectura y naturaleza. El mito de la cabaña primitiva en la teoría arquitectónica de la ilustración,» *Gazeta de Antropología*, nº 08, p. 17, 1991.
- [3] X. Idrobo, Las Cuatro Ideas en el Diseño Gráfico, segunda ed., Riobamba: s/Ed, 2012.
- [4] A. García, El Concepto de Consonancia en la Teoría Musical De la Escuela Pitagórica a la Revolución Científica, Salamanca: Publicaciones Universidad Pontificia Salamanca, 2006.
- [5] P. Ascárate, Platón: Obras completas, vol. 6, P. d. Azcárate, Ed., Madrid, 1872.
- [6] C. Bonell, La Divina Proporción, Barcelona: Ediciones UPC, 2000.
- [7] J. M. Valverde, Breve historia y antología de la estética, Ariel, 1987.
- [8] Euclides, Elementos Libros V-IX, M.L. Puertas Castaños ed., Madrid: Gredos, 1994.
- [9] Euclides.org, «Euclides.org Libro I a Libro XIII,» Junio 1997. [En línea]. Available: [http://www.euclides.org/menu/elements\\_esp/indiceeuclides.htm](http://www.euclides.org/menu/elements_esp/indiceeuclides.htm). [Último acceso: 5 Septiembre 2017].
- [10] J. L. Heiberg y H. Menge, Euclidis Opera Omnia, vol. V, Lipsiae, in aedibus B.G. Teabneri, 1883.
- [11] C. Perrault, Compendio de los diez libros de Arquitectura de Vitruvio, C. Perrault, Ed., Madrid: Real Academia San Fernando, 1761.
- [12] J. Ortiz, Los Diez Libros de Arquitectura de M. Vitruvio Polión, Madrid: Imprenta Real, 1787.
- [13] J. Kappraff, «Musical Proportions at the Basis of Systems of Architectural Proportion both Ancient and Modern,» de *Architecture and mathematics from Antiquity to the Future: Volume I*, vol. I, K. Williams y M. Otswald, Edits., 2015, pp. 539-566.



- [14] T. Brunes, *The Secrets of Ancient Geometry - and its use*, Copenhagen: Rhodos, 1967, p. 335.
- [15] S. Serlio, *Tercero y Cuarto Libro de Arquitectura*, M. Rodriguez, Ed., Toledo: Juan de Ávila, 1573.
- [16] F. d. A. d. Rodriguez, *Diccionario Technico e Historico de Pintura, Escultura, Arqchitectura e Gravura*, Lisboa: Lisboa Imprensa Nacional, 1875.
- [17] J. Spencer, «Drawing lessons with Filarete - Geometry Between Mind and Hand,» de *Filarete's Treatise on Architecture.*, New Haven-London, Yale University Press, 1965.
- [18] M. Ghyka, *Estética de las Proporciones en la Naturaleza y en las Artes*, Segunda ed., Barcelona: Poseidon, 1977.
- [19] J. Hambidge, *Dynamic Symmetry*, C. U. Library, Ed., New York: Yale University Press, 1920, p. 161.
- [20] K. Williams y M. Ostwald, «Ralationsships Betwee Architecture and Mathematics,» de *Architecture and Mathematics from Antiquity to the Future: Volume I Antiquity to the 1500s*, vol. I, K. Williams y M. Ostwald, Edits., Birkhäuser, 2015, pp. 1-21.
- [21] K. Ralls, *Ghotic Catedrals. A GUIDE TO THE HISTORY, PLACES, ART, AND SIMBOLISM*, Florida: Iris Press, 2015, p. 361.
- [22] R. Weber y S. Lerner, «THE CONCEPT OF PROPORTION IN ARCHITECTURE: AN INTRODUCTORY BIBLIOGRAPHIC ESSAY,» *JSTOR*, vol. 12, nº 4, pp. 147-154, 1993.
- [23] F. d. Giorgi, *Trattato di Architettura Civile e Militare*, I ed., C. Saluzzo, Ed., Torino, 1841.
- [24] E. Merrill, «The Trattato as Textbook: Francesco di Giorgio's Vision for the Renaissance Architect,» *Architectural Histories*, vol. 1, p. 20, 29 octubre 2013.
- [25] R. Wittkower, *Fundamentos de la Arqqitectura en la edad del humanismo*, Madrid: Alianza Madrid, 1995.
- [26] F. D. Teodoro, «Leonardo da Vinci: The Proportions of the Drawings of Sacred Buildings in Ms B Institut de France,» *Architectural Histories*, vol. 3, nº 1, p. 18, 07 junio 2015.
- [27] V. d. A. Paladio, *Los Quatro Libros de Arquitectura*, vol. I y II, Madrid: Imprenta Real, 1797, p. 70.
- [28] T. Garcia-Salgado, «A Perspective Analysis of the Proportions of Palladio's Villa Rotonda: Making the Invisible Visible,» *NEXUS NETWORK JOURNAL-VOL.10,NO.2*, vol. 10, nº 02, Octubre 2008.
- [29] Q. L. Geometrici, Silvio Belli, R. Magiotti, Ed., Venecia, 1595.
- [30] F. Zöllner, «Anthropomorphism. Towards a Social History of Proportion in Architecture,» *actes du LLe Colloque International d'Études Humanistes 30 juin - 4 juillet 2008*, pp. 443-456, 2011.
- [31] S. Belli, *Quattri Libri Geometrici*, R. Megiotti, Ed., Venecia, 1595.
- [32] A. L. Vinci, *Journal of Leonardo Studies and Biography of Vinciana*, vol. VI, C. Pedretti, Ed., GIUNTI, 1993.
- [33] F. N. Ahmad, «Arch Net,» *Arch Net International Journal of Architectural Research*, pp. 143-154, 2016.
- [34] E.-E. Viollet-le-Duc, *Dictionnaire raisonné de l'architecture française du Xle au XVIe siècle*, Banc, Ed., Paris, 2014.
- [35] X. Idrobo, *Diseño Multidimensional*, Segunda ed., Riobama: s/e, 2012.
- [36] I. López, «HERMANN GRAF Y LA PROPORCIÓN EN ARTE: PROPUESTAS DE AYER PARA EL INVESTIGADOR DE HOY,» *Revista Bellas Artes*, nº 10, pp. 15-40, abril 2012.
- [37] F. Zöllner, «Anthropomorphism: From Vitruvius to Neufert, from Human Measurement to the Module of Fascism,» *IMAGES OF THE BODY IN ARCH ITECTUR E : ANTHROPOLOGY AND BUILT SPACE*, pp. 47-75, 2014.
- [38] E. Panofsky, *Arquitectura gótica y pensamiento escolástico*, Madrid: Ediciones de la Piqueta, 1986.
- [39] L. Arias, «Geometría, Metrología y Proporción en la Arquitectura Altomedieval de la meseta del Duero,» 2012. [En línea]. Available: [datospdf.com\\_geometria-metrologia-y-proporcion-en-la-arquitectura-altomedieval-de-la-meseta-del-duero-.pdf](https://datospdf.com_geometria-metrologia-y-proporcion-en-la-arquitectura-altomedieval-de-la-meseta-del-duero-.pdf). [Último acceso: 15 Junio 2017].
- [40] J. Alvarez, *Tema de historia económica argentina*, E. Espasa-Calpe, Ed., Buenos Aires: El ateneo, 1929.
- [41] M. Hays, *Constructing a new agenda. Architectural Theory 1993-2009*, K. Sykes, Ed., New York: Pricenton Archutectural Press, 2010.
- [42] A. Concha, Ed., *La geometría euclidiana como generatriz de la forma en la arquitectura de las iglesias de Ayacucho, Huancayo : DALAGRAPHIC E.I.R.I.*, 2016.